

Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA,
Fakultas MIPA, Universitas Negeri Yogyakarta, 14 Mei 2011



PROSIDING SEMINAR NASIONAL

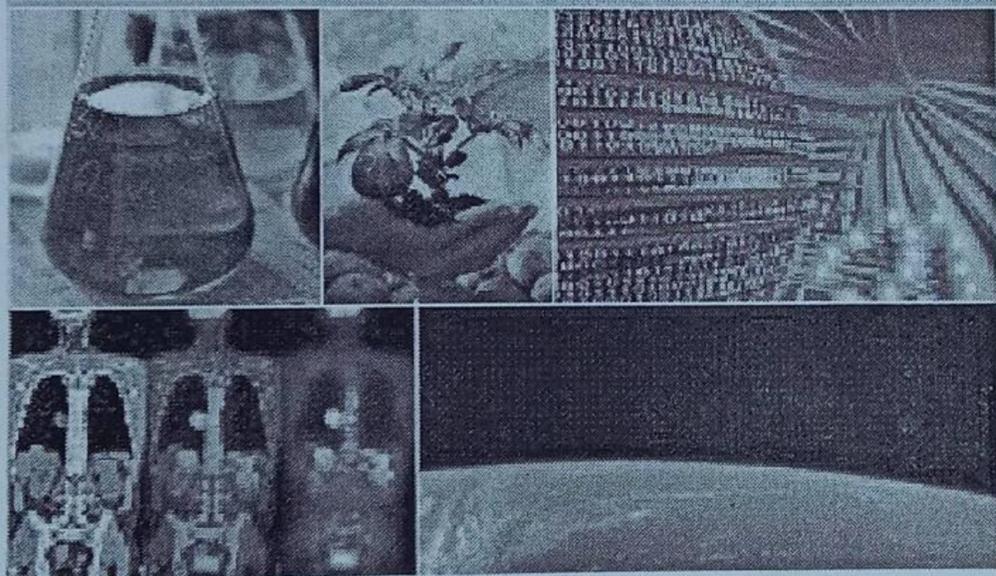
Penelitian, Pendidikan, dan Penerapan MIPA

Tanggal 14 Mei 2011, FMIPA UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

ISBN: 978-979-99314-5-0

Bidang:

- Matematika dan Pendidikan Matematika
- Fisika dan Pendidikan Fisika
- Kimia dan Pendidikan Kimia
- Biologi dan Pendidikan Biologi
- Ilmu Pengetahuan Alam



Tema:

**Pemantapan Keprofesionalan Peneliti, Pendidik, dan Praktisi
MIPA Untuk Mendukung Pembangunan Karakter Bangsa**

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
Tahun 2011

SIMULASI GERAK PLANET DALAM TATASURYA

Supardi

Lab. Komputasi Fisika
Prodi Fisika, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta



Abstrak

Penelitian tentang simulasi gerak planet dalam tatasurya telah dilaksanakan. Penelitian ini bertujuan untuk mensimulasikan gerak planet untuk mengetahui kecepatan dan posisi planet, membuktikan hukum ke II Kepler tentang lintasan ellips, energi yang dimiliki planet saat mengorbit dan menentukan keadaan *perihelion* sebuah planet.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini didasarkan pada persamaan gerak Newton. Dengan menggunakan pendekatan Euler, maka diperoleh gambaran lengkap mengenai gerakan planet mengitari matahari. Metode Euler digunakan mengingat kesederhanaan dan keandalannya, meskipun perlu dipilih ukuran langkah yang cukup kecil. Tetapi dengan kehadiran teknologi komputasi yang menawarkan kecepatan perhitungan yang memadai, maka masalah tersebut dapat diatasi.

Hasil yang telah diperoleh dari penelitian ini antara lain: (1) Kecepatan dan posisi planet berubah secara periodik dan dapat digunakan untuk menentukan periode perjalanan planet, (2) Lintasan orbit planet berbentuk ellip yang ditunjukkan dengan harga esentrisitasnya tidak sama dengan nol, untuk bumi $e = 0.042382$, (3) Energi yang dimiliki planet adalah konstan, untuk bumi $E = -19.598 \text{ EU AU}^2 / \text{tahun}^2$ dan momentum sudut $L_z = 6.3 \text{ AU}^2 \text{ EU} / \text{tahun}$, (4) Merkurius mengalami pergeseran perihelion, juga diperoleh data sumbu mayor: 0.784655, sumbu minor :0.769402 dan esentrisitas :0.196215.

Kata kunci: simulasi, planet, hukum Kepler, Hukum Newton, metode Euler.

PENDAHULUAN

Simulasi tentang gerak planet dalam tatasurya merupakan topik yang sangat menarik untuk dilakukan. Simulasi ini akan menggambarkan bagaimana gerak yang dihasilkan oleh planet meliputi kecepatan dan posisi setiap saat yang dialami oleh planet. Untuk melengkapi penelitian ini peneliti akan membuktikan hukum Kepler ke II untuk kasus orbit berbentuk ellips, karena dalam kenyataannya orbit ellips inilah bentuk dari orbit planet yang mengelilingi matahari. Disamping itu, melalui simulasi ini peneliti juga akan menghitung besarnya energi planet saat mengitari matahari meliputi energi kinetik, energi potensial dan energi totalnya.

Di dalam astronomi, tiga hukum Kepler tentang gerak planet adalah: (1) Setiap planet bergerak dengan lintasan ellips dan matahari berada di salah satu fokusnya, (2) Luas daerah yang disapu pada selang waktu yang sama akan selalu sama dan (3) Periode kuadrat suatu planet berbanding dengan pangkat tiga jarak rata-ratanya dari matahari. Ketiga hukum ini dikemukakan oleh seorang ahli matematika dan astronomi dari Jerman bernama Johannes Kepler (1571-1630) yang menjelaskan gerak planet di dalam tatasurya.

Karya Kepler sebagian dihasilkan dari data hasil pengamatan yang dikumpulkan oleh Ticho Brahe mengenai posisi planet-planet dalam geraknya di luar angkasa. Hukum ini telah dicetuskan Kepler setengah abad sebelum Newton mengajukan ketiga hukumnya tentang gerak dan gravitasi universal. Sekitar tahun 1605 Kepler menyimpulkan bahwa data posisi planet hasil observasi Brahe mengikuti rumusan matematika yang cukup sederhana.

Hukum Kepler mempertanyakan kebenaran astronomi dan fisika warisan zaman Aristoteles dan Ptolomeus. Ungkapan Kepler bahwa bumi beredar sekeliling berbentuk ellips dan bukan epicycle dan membuktikan bahwa kecepatan gerak planet bervariasi, mengubah astronomi dan fisika. Hampir

seabad kemudian Isaac Newton mendeduksi hukum Kepler dari rumusan hukum karyanya, hukum gerak dan hukum gravitasi Newton dengan menggunakan euclidian geometri klasik.

Pada era modern, hukum Kepler digunakan untuk aproksimasi orbit satelit dan benda-benda yang mengorbit matahari (contoh: planet luar dan asteroid). Hukum-hukum ini menjabarkan gerakan dua benda yang mengorbit satu sama lainnya. Massa dari kedua benda ini hampir sama, sebagai contoh Charon-Pluto (~1:10) sebagai proporsi yang kecil, Bulan-Matahari (~1:100), sebagai proporsi yang besar adalah Merkurius – Matahari (~1:10.000.000) (Giordano, 1997).

Dalam semua contoh di atas kedua benda mengorbit mengelilingi satu pusat massa (*barycenter*) dan tidak satupun berdiri secara sepenuhnya di atas fokus ellips. Namun kedua orbit itu adalah ellips dengan satu titik fokus di *barycenter*. Jika rasio massanya besar, sebagai contoh planet mengelilingi matahari, *barycenter*nya terletak jauh di tengah objek yang besar dekat di titik massanya.

Rumusan Masalah

Berdasarkan pendahuluan di atas maka dapat dirumuskan beberapa masalah, antara lain:

1. Bagaimana menentukan kecepatan dan posisi setiap saat planet-planet saat mengorbit mengelilingi matahari.
2. Bagaimana membuktikan ungkapan Kepler bahwa lintasan orbit setiap planet mengelilingi matahari berbentuk ellips.
3. Bagaimana menghitung energi planet meliputi energi kinetik, energi potensial dan energi totalnya beserta momentum angulernya.
4. Bagaimana menentukan pergeseran (*precession*) keadaan *perhelion* dari planet Merkurius.

Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diidentifikasi, maka tujuan penelitian ini adalah:

1. Menentukan kecepatan dan posisi planet pada setiap saat dengan pendekatan metode Euler.
2. Membuktikan hukum Kepler kedua bahwa lintasan orbit planet mengitari matahari adalah berbentuk ellips dan diambil kasus bumi.
3. Menghitung energi planet saat mengelilingi matahari yang meliputi energi kinetik, energi potensial dan energi totalnya beserta momentum yang dimilikinya.
4. Menentukan pergeseran keadaan *perhelion* dari planet Merkurius.

KAJIAN PUSTAKA

Karya Kepler sebagian dihasilkan dari data hasil pengamatan yang dikumpulkan dari Ticho Brahe mengenai posisi planet-planet dalam gerakannya di luar angkasa. Hukum ini telah disampaikan oleh Kepler setengah abad sebelum Newton mengajukan ketiga hukumnya tentang gerak dan hukum grafitasi universal. Di anantara karya Kepler, terdpat tiga penemuan yang sekarang kita kenal dengan “*Hukum Kepler Tentang Gerak Planet*”.

1. Hukum 1 berbunyi “*Lintasan planet ketika mengelilingi matahari berbentuk ellips, dimana matahari terletak pada salah satu fokusnya*”.
2. Hukum Kepler ke II mengatakan “*Luas daerah yang disapu oleh garis antara matahari dengan planet adalah sama untuk setiap periode waktu sama*”.
3. Hukum ketiga Kepler mengatakan bahwa “*Kuadrat waktu yang diperlukan oleh planet untuk menyelesaikan satu kali orbit sebanding dengan pangkat tiga jarak rata-rata planet-planet tersebut dari matahari*”. Jika T_1 dan T_2 menyatakan periode dua planet, dan r_1 dan r_2 menyatakan jarak rata-rata dari matahari, maka

Tabel 1. Data planet yang digunakan pada Hukum Kepler III

Planet	Jarak rata-rata dari matahari, r ($\times 10^6$) km	Periode, T (tahun)	r^3/T^2 (10^{24} km ³ /th ²)
Merkurius	57,9	241	3,34
Venus	108,2	615	3,35

Bumi	149,6	1,0	3,35
Mars	227,9	1,88	3,35
Jupiter	778,3	11,86	3,35
Saturnus	1.43	29,5	3,34

Newton menunjukkan bahwa Hukum Kepler III juga dapat diturunkan secara otomatis dari Hukum gravitasi umum dan Hukum Newton tentang gerak dan gerak melingkar. Jika ditulis kembali persamaan Huku II Newton, yaitu

$$\sum F = ma \quad (1)$$

Pada kasus gerak melingkar beraturan, hanya terdapat percepatan sentripetal, yaitu

$$a_{orbit} = \frac{v^2}{r} \quad (2)$$

Jika ditulis kembali persamaan Hukum Gravitasi Newton

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (3)$$

Sekarang dimasukkan persamaan Hukum Gravitasi Newton dan percepatan sentripetal ke dalam persamaan Hukum II Newton (1) maka diperoleh

$$G \frac{m_1 m_M}{r^2} = m_1 \frac{v_1^2}{r_1} \quad (4)$$

dengan m_1 adalah massa planet, m_M adalah mssa matahari, r_1 adalah jarak rata-rata planet dari matahari dan v_1 adalah laju rata-rata planet pada orbitnya.

Waktu yang diperlukan sebuah planet untuk menyelesaikan satu orbit adalah T_1 dimana jarak tempuhnya sama dengan keliling lingkaran $2\pi r$. Dengan demikian, besar v_1 adalah

$$v_1 = \frac{2\pi r_1}{T_1} \quad (5)$$

Dengan memasukkan persamaan (7) kedalam(6) maka akan diperoleh

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{4\pi^2}{Gm_M} \quad (6)$$

Dengan cara yang sama akan diperoleh

$$\frac{T_2^2}{r_2^3} = \frac{4\pi^2}{Gm_M} \quad (7)$$

Metode Penelitian

Menurut hukum Newton tentang gravitasi dinyatakan bahwa gaya yang ditimbulkan oleh dua buah benda didefinsikan sebagaimana persamaan (3). Jika m_1 adalah matahari dan m_2 adalah bumi, maka persamaan (3) dapat dinyatakan kembali menjadi

$$F_g = G \frac{m_s m_e}{r^2} \quad (8)$$

dimana m_s adalah massa matahari dan m_e adalah massa bumi, sedangkan G adalah konstanta gravitasi. Diasumsikan bahwa massa matahari sangat besar dibandingkan dengan bumi sehingga

gerakannya diabaikan. Untuk menghitung posisi bumi sebagai fungsi waktu, melalui hukum kedua Newton tentang gerak diperoleh bahwa

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{F_{G,x}}{m_e} \quad (9)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{F_{G,y}}{m_e}$$

dimana $F_{G,x}$ dan $F_{G,y}$ adalah gaya gravitasi pada komponen x dan y . Selanjutnya $F_{G,x}$ dan $F_{G,y}$ dapat dinyatakan kembali sebagai

$$F_{G,x} = -\frac{G m_s m_e}{r^2} \cos \theta = -\frac{G m_s m_e x}{r^3} \quad (10)$$

$$F_{G,y} = -\frac{G m_s m_e}{r^2} \sin \theta = -\frac{G m_s m_e y}{r^3}$$

Dari persamaan (6) kita peroleh persamaan diferensial orde pertama sebagai berikut:

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{GM_s x}{r^3}, \quad \frac{dx}{dt} = v_x \quad (11)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -\frac{GM_s y}{r^3}, \quad \frac{dy}{dt} = v_y$$

Dengan menggunakan data pada Tabel 1, radius orbit dari masing-masing planet dapat diketahui. Untuk memudahkan dalam perhitungan nanti, maka perlu dinyatakan satuan untuk menyatakan radius orbit. Dalam hal ini satuan yang dikenal dalam dunia astronomi adalah AU atau *Astronomical Unit*. Satu satuan panjang astronomi atau 1 AU adalah jarak rerata antara matahari dengan bumi ($\sim 1,5 \times 10^{11}$). disamping itu, untuk kita lebih nyaman untuk menggunakan satuan dalam *year* dimana $1 \text{ year} \approx 3,2 \times 10^7 \text{ s}$.

Untuk gerak melingkar, gaya harus sama dengan gaya sentripetal, yaitu $F_{sent} = \frac{m_e v^2}{r}$ sehingga akan menjadikan

$$F_{sent} = \frac{m_e v^2}{r} = F_G = \frac{G m_s m_e}{r^2} \quad (12)$$

dimana v adalah kecepatan bumi. Dengan menyusun kembali persamaan (8) maka akan diperoleh

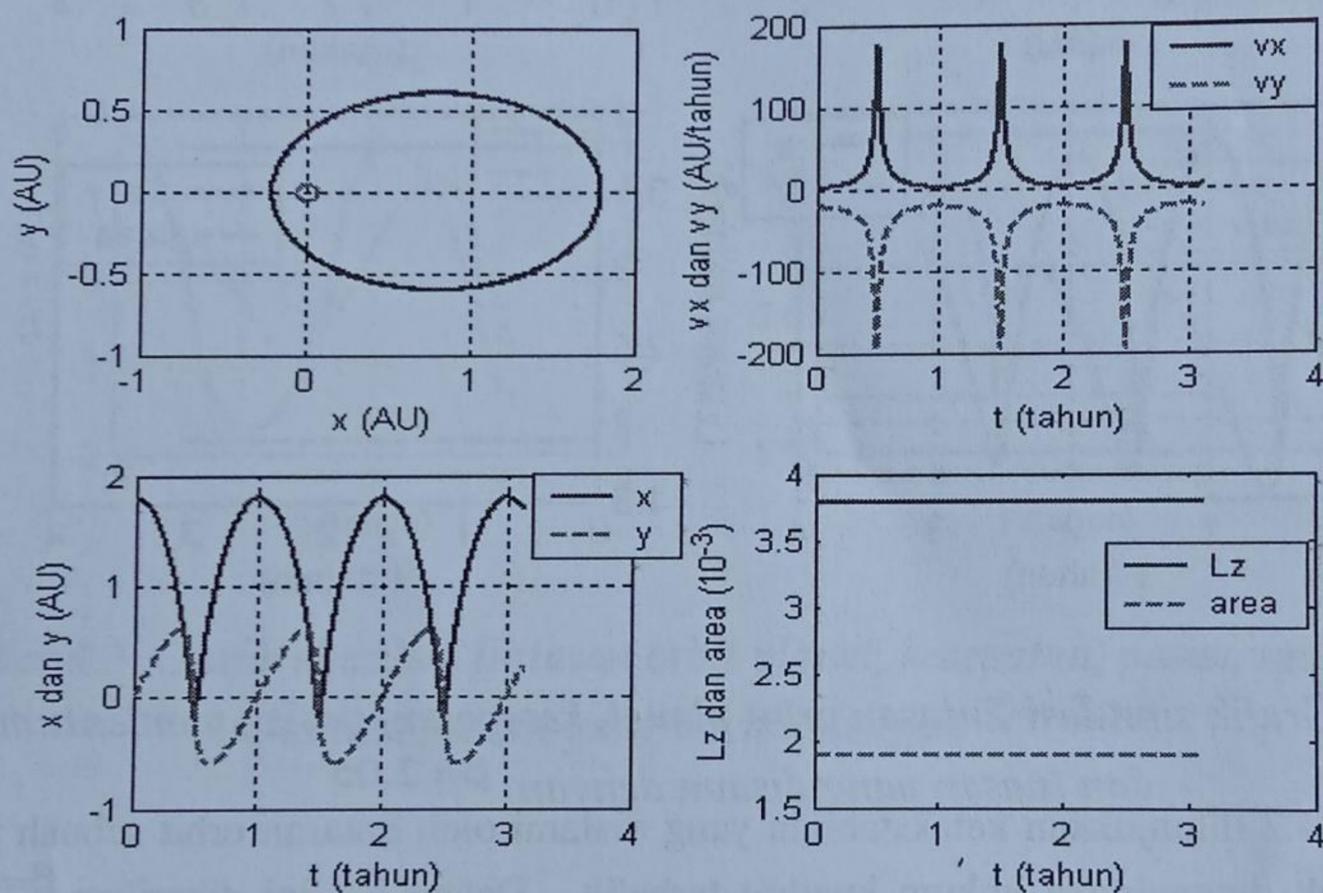
$$G m_s = v^2 r = 4 \pi^2 AU^3 / \text{yr}^2 \quad (13)$$

dimana kita telah memperoleh kenyataan bahwa kecepatan bumi adalah $2 \pi r / (1 \text{ yr}) = 2 \pi$ (karena $r = 1 \text{ AU}$). Selanjutnya kita akan mengubah persamaan gerak (7) ke dalam persamaan beda yang siap untuk dilakukan komputasi. Jadi dari (7) didapatkan

$$\begin{aligned} v_{x,i+1} &= v_{x,i} - \frac{4 \pi^2 x_i}{r_i^3} \Delta t \\ x_{i+1} &= x_i - v_{x,i+1} \Delta t \\ v_{y,i+1} &= v_{y,i} - \frac{4 \pi^2 y_i}{r_i^3} \Delta t \\ y_{i+1} &= y_i - v_{y,i+1} \Delta t \end{aligned} \quad (14)$$

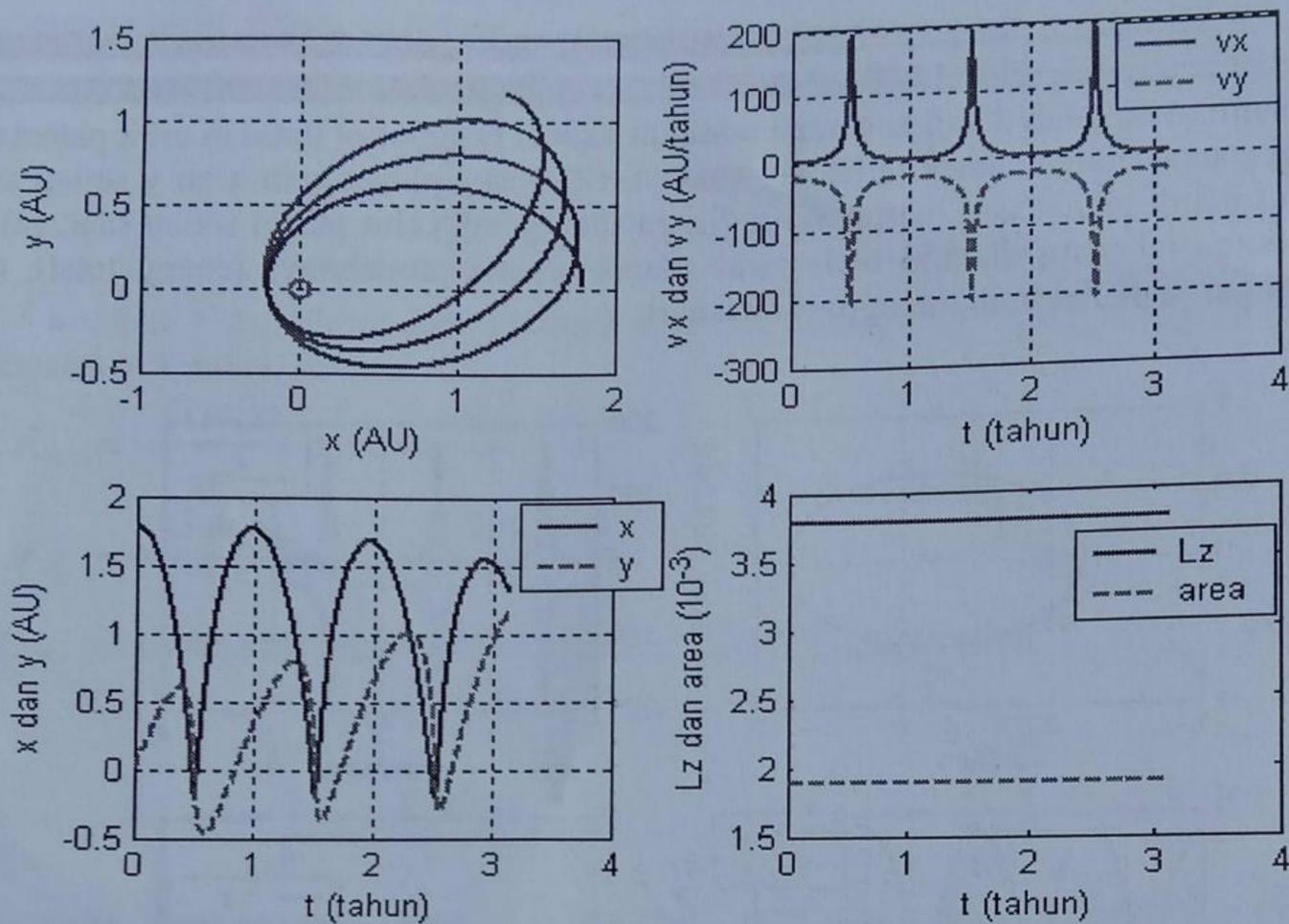
Persamaan (10) adalah pendekatan Euler yang menjadi dasar bagi penyelesaian orbit beberapa planet.

Dari penelitian ini telah dikaji beberapa masalah yaitu, (1) simulasi lintasan orbit planet beserta grafik fungsi kecepatan arah x dan y terhadap waktu t, (2) posisi planet arah x dan y setiap saat, (3) momentum sudut gerak planet dan luasan yang disapu oleh gerak orbit planet setiap saat, (4) energi kinetik, energi potensial yang dialami oleh gerak planet beserta jumlahnya (energi total), (5) dan tinjauan terhadap gerak planet bumi mengitari matahari.



Gambar 4.1. Grafik lintasan orbit planet, kecepatan, posisi, momentum sudut dan luasan yang disapu dengan $\beta = 2.0$

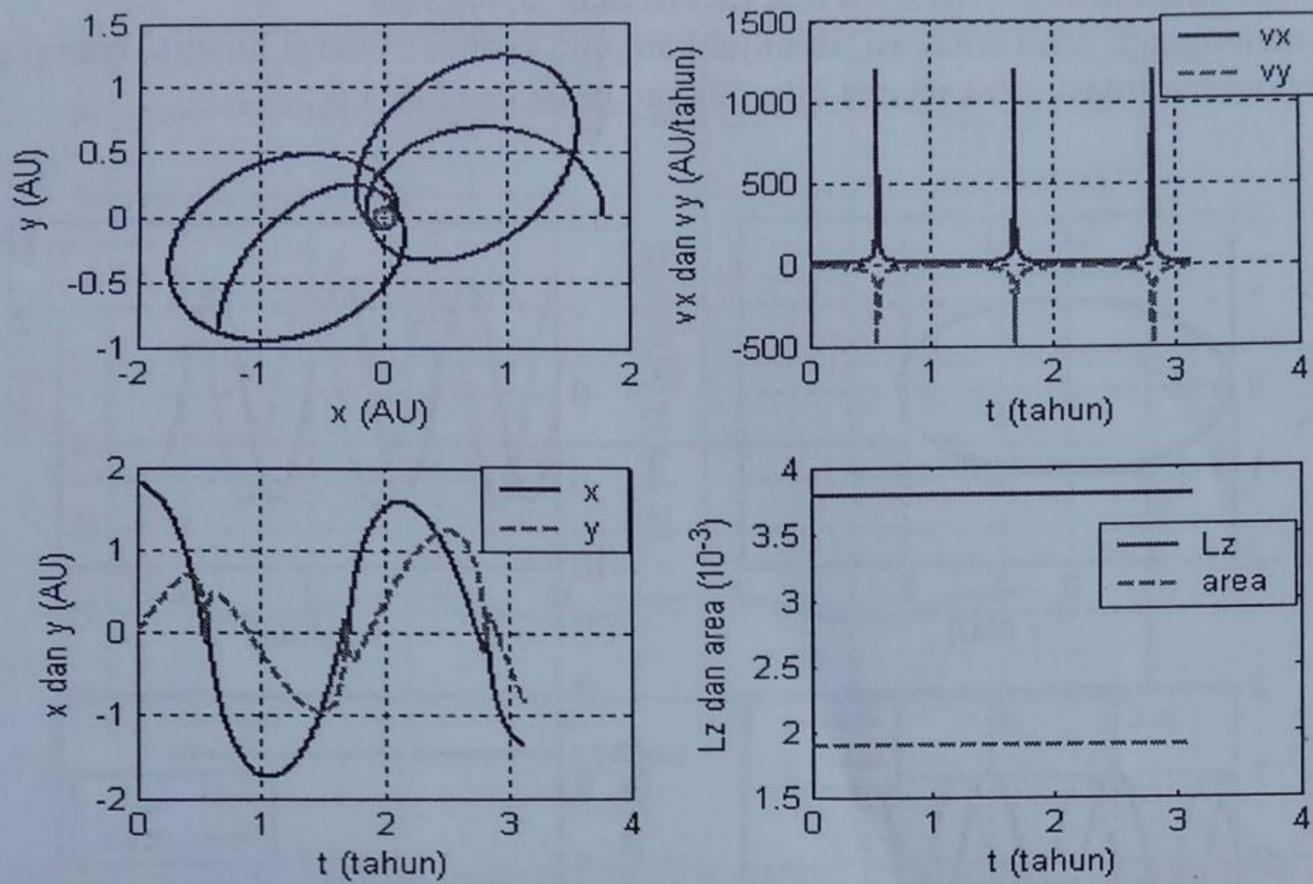
Gambar 4.1 menggambarkan simulasi lintasan orbit planet dengan masukan yang diberikan antara lain $x_0=1.80$, $v_{x0}=0$, $y_0=0$ dan $v_{y0}=2.10$. Dari simulasi juga diperoleh data, yaitu panjang sumbu mayor: 2.001325, minor : 1.207215 dan esentrisitas :0.797584. Grafik ini untuk menggambarkan bahwa stabilitas orbit planet terjadi ketika hukum kuadrat terbalik dipenuhi ($\beta = 2.0$).



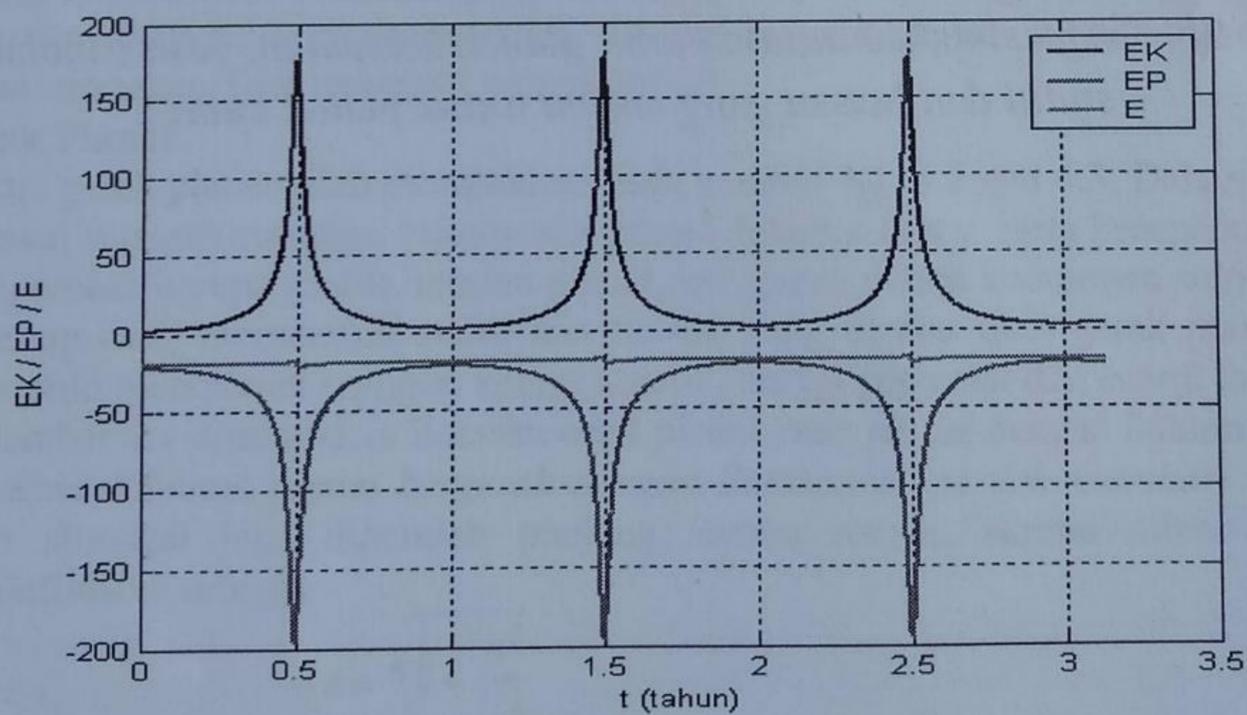
Gambar 4.2. Grafik simulasi lintasan orbit planet, kecepatan, posisi, momentum sudut dan luasan yang disumbu dengan $\beta = 2.05$

Gambar 4.2 ditunjukkan ketidakstabilan yang dialami oleh lintasan orbit sebuah planet. Hal ini dikarenakan tidak dipenuhinya hukum kuadrat terbalik. Dalam hal ini diberikan $\beta = 2.05$. Harga awal yang diberikan untuk posisi dan kecepatan planet sama seperti sebelumnya, yaitu $x_0 = 1.80$, $v_{x0} = 0$, $y_0 = 0$ dan $v_{y0} = 2.10$.

Gambar 4.3 memperlihatkan grafik ketidakstabilan yang semakin menjadi-jadi. Dalam simulasi ini diberikan $\beta = 2.50$. Sedangkan harga awal yang diberikan untuk posisi dan kecepatan planet masih sama seperti sebelumnya.



Gambar 4.3. Grafik simulasi lintasan orbit planet, kecepatan, posisi, momentum sudut dan luasan yang disapu dengan $\beta = 2.50$

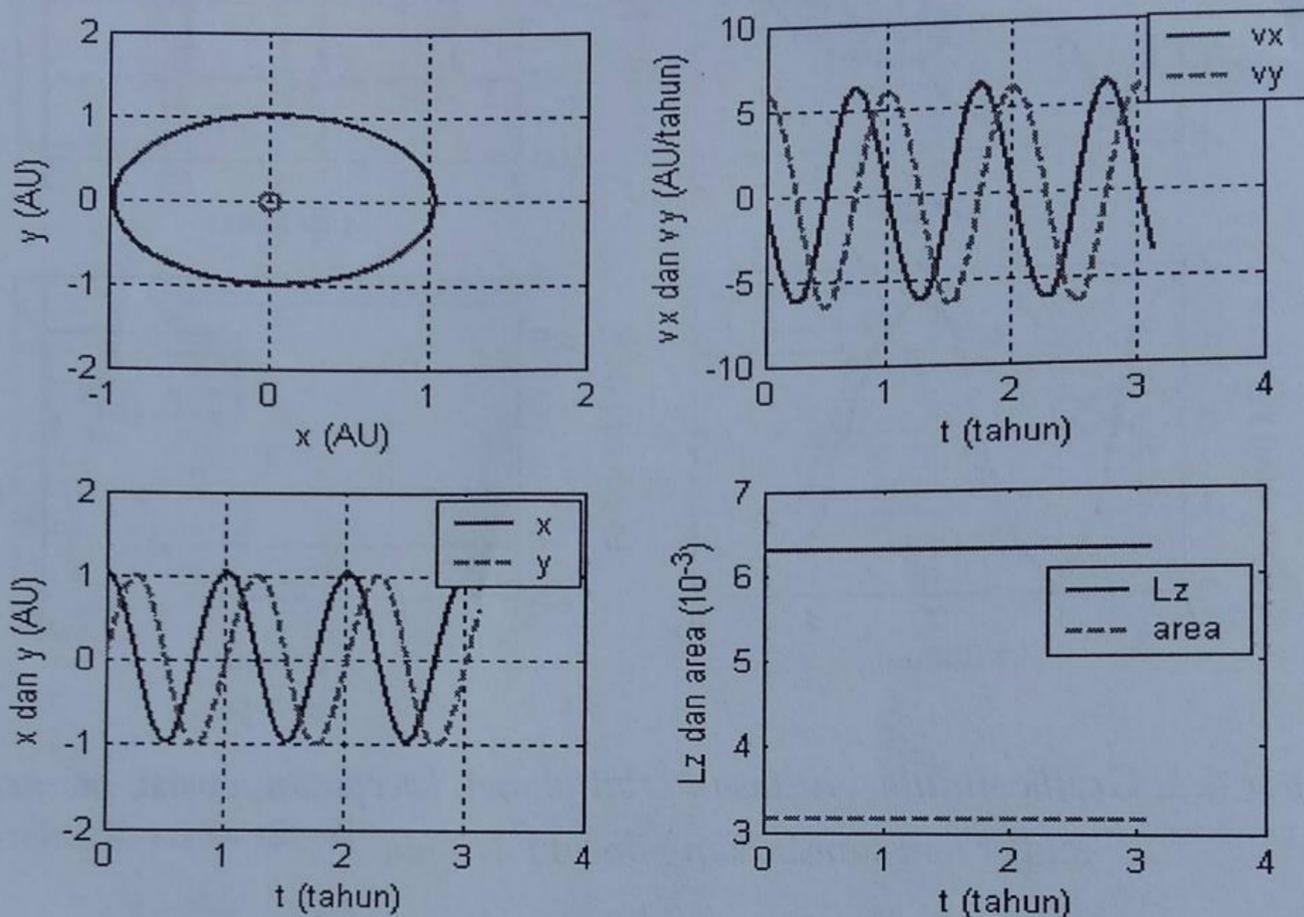


Gambar 4.4. Energi kinetik, potensial dan energi total yang dialami oleh gerak planet untuk $\beta = 2$

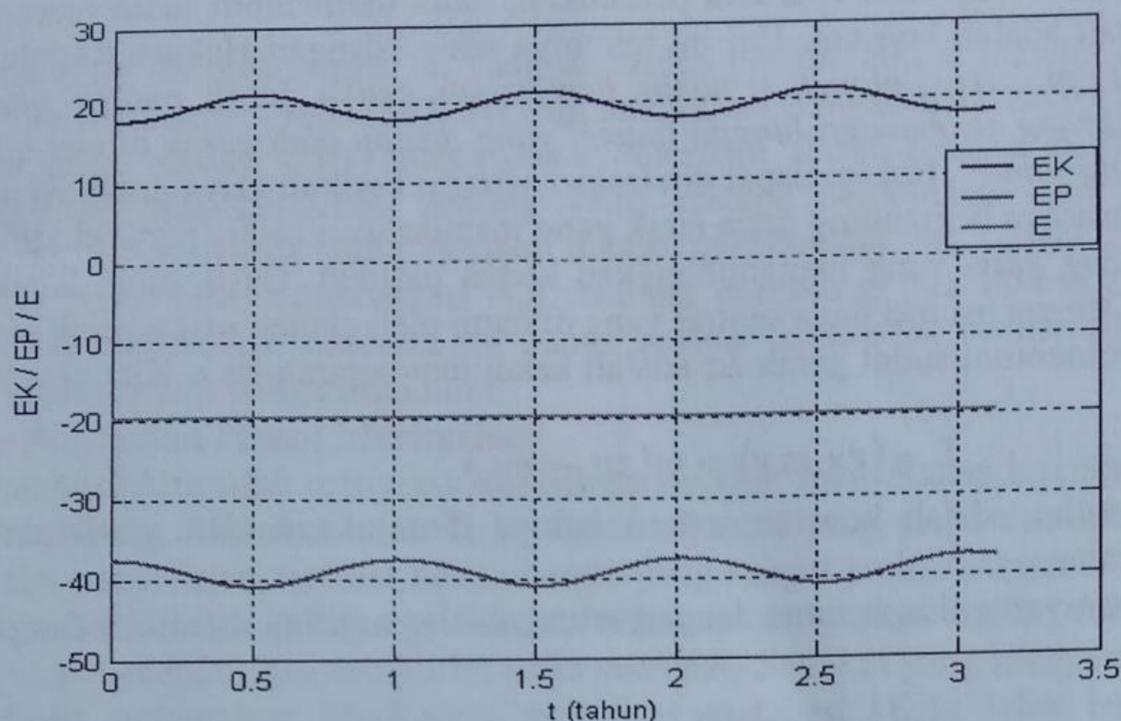
Gambar 4.4 ditampilkan data secara grafis mengenai energi kinetik, potensial dan energi total untuk gerak planet pada gambar 4.1. Sedangkan pada gambar 4.5, ditunjukkan hasil simulasi gerak

planet bumi dengan masukan untuk harga awal pada posisi dan kecepatan adalah $x_0=1.05$, $y_0=0$, $v_{x0}=0$ dan $v_{y0}=6.0$. Dari hasil running program juga diperoleh data tambahan yaitu panjang sumbu mayor: 2.014386, sumbu minor :2.012576 dan esentrisitas :0.042382.

Untuk melengkapi hasil simulasi, ditunjukkan pula keadaan energi kinetik, energi potensial dan energi total gerakan melintasi orbit seperti ditunjukkan pada gambar 4.6.



Gambar 4.5. Grafik simulasi lintasan orbit planet, kecepatan, posisi, momentum sudut dan luasan yang disapu untuk planet bumi



Gambar 4.6. Energi kinetik, potensian dan energi total yang dialami oleh gerak planet bumi

PEMBAHASAN

Hasil simulasi telah ditunjukkan pada gambar-gambar 4.1 hingga 4.6 dan sampailah untuk di bahas pada seksi ini. Sebelum dibahas lebih lanjut hasil yang telah diperoleh tersebut, hal yang sangat penting untuk dilakukan dalam mensimulasikan secara numerik suatu gejala fisika adalah menetapkan suatu satuan universal. Satuan universal yang dimaksud kita ambil sebagai antisipasi suatu perhitungan numerik yang sangat besar atau sangat kecil. Di dalam perhitungan ini dikenalkan sebuah satuan bernama *satuan astronomi (astronomical unit atau AU)*.

Simulasi Gerak Planet

Simulasi gerak planet telah ditunjukkan pada gambar 4.1, 4.2 dan 4.3. Dalam simulasi tersebut diambil nilai awal sebagai masukan yaitu posisi planet dalam x dan y, serta kecepatan awal v_x dan v_y . Grafik yang diperoleh berupa grafik lintasan planet, kecepatan dalam komponen sumbu x dan y, posisi planet pada setiap saat, momentum sudut dan luasan yang disapu oleh gerak planet serta keadaan energi yang dimiliki oleh planet meliputi energi kinetik, energi potensial dan energi totalnya.

Dari gambar 4.1 ditunjukkan lintasan orbit planet yang sesuai dengan hukum Kepler ke 1 yang mengatakan bahwa "*Semua planet bergerak dengan lintasan ellips dan matahari sebagai pusatnya (fokus)*". Dari simulasi juga diperoleh panjang sumbu mayor, sumbu minor dan esentrisitas. Esentrisitas didefinisikan sebagai

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \quad (15)$$

dimana b adalah semi minor dan a adalah semi mayor. Jika diperhatikan dari persamaan (11), apabila suatu planet mengelilingi matahari dengan a dan b sama, maka lintasan tersebut berupa lingkaran (*circular*). Tetapi, berdasarkan simulasi yang kita lakukan telah diperoleh panjang sumbu mayor: 2.001325, minor : 1.207215 dan esentrisitas : 0.797584. Hal menunjukkan bahwa lintasan orbit benar-benar berupa ellips dan sesuai dengan hukum ke 1 Kepler.

Gambar 4.1 juga ditunjukkan kecepatan dan posisi planet pada setiap saat. Dari grafik tersebut memberikan informasi kepada kita bahwa periode orbit planet sama dengan satu dengan cara melihat

posisi-posisi grafik yang berada dalam nilai y atau x yang sama.

Gambar ke 4 pada gambar 4.1 juga ditunjukkan momentum sudut dan luasan yang disapu oleh gerak planet tersebut pada setiap saat. Jika kita perhatikan, baik momentum sudut maupun luas area yang disapu gerak planet adalah konstan. Hal ini tentunya sesuai dengan Hukum Kepler ke 2 yang menyatakan bahwa "Laju gerak planet semakin bertambah ketika jarak antara planet dengan matahari semakin berkurang sedemikian hingga luasan yang disapu oleh gerak planet tersebut sama pada interval waktu yang sama". Hal ini dapat dijelaskan sebagai berikut. Gaya gravitasi memiliki dua sifat umum yaitu (1) besarnya bergantung pada jarak yang memisahkan kedua partikel tersebut dan (2) arahnya berada sepanjang garis yang menghubungkan kedua partikel. Gaya yang demikian disebut sebagai **gaya sentral**. Dengan asumsi gaya sentral yang dialami oleh planet, maka gerak planet dibatasi pada bidang x - y dan momentum sudut gerak L_z adalah kekal dan berarah ke z . Kita dapat menuliskan L_z dalam bentuk

$$L_z = (\mathbf{r} \times m\mathbf{v})_z = m(xv_y - yv_x) \quad (16)$$

Besarnya momentum sudut adalah konstan seperti halnya ditunjukkan oleh grafik tersebut, yaitu sekitar $3.78 \text{ AU}^2 \text{ EU} / \text{tahun}$.

Sedangkan luasan yang disapu sama dengan setengah alas segitiga dikalikan dengan tingginya atau

$$A = \frac{1}{2} \Delta t (\mathbf{r} \times \mathbf{v}) \quad (17)$$

Dari hasil simulasi diperoleh luasan yang disapu pada interval 10^{-3} tahun adalah sebesar 1.89 AU^2 .

Kaitannya dengan energi yang dimiliki oleh planet karena gerakannya (EK) dan energi yang dimiliki karena posisinya (EP) dapat ditunjukkan bahwa besarnya adalah konstan. Kekekalan energi inilah yang menyebabkan planet bergerak dalam lintasan yang sama pada setiap tahunnya. Dari data numerik yang diperoleh bahwa besar energi total dari planet adalah $-19.727 \text{ EU AU}^2 / \text{tahun}^2$. Tanda negatif yang ada mengisyaratkan bahwa planet terikat kuat oleh matahari dan tidak akan keluar dari lintasan orbit apabila tidak ada energi luar yang masuk ke planet.

Hukum Kuadrat Terbalik dan Stabilitas Orbit

Gambar 4.1 telah menunjukkan bahwa ketika pangkat pada r dari

$$F_g = \frac{G m_s m_e}{r^\beta} \quad (18)$$

adalah sama dengan 2, maka planet mengorbit tetap pada lintasannya. Akan tetapi, manakala β kita ganggu sedikit saja, maka dari simulasi menunjukkan adanya ketastabilan lintasa yang dilalui planet setiap tahunnya. Dalam simulasi ini diambil β diambil sama dengan 2.05 (Gambar 4.2) dan $\beta = 2.50$ seperti ditunjukkan gambar 4.3. Dengan demikian ungkapan (18) tersebut bukanlah suatu kebetulan atau sebuah kecelakaan, namun berdasar simulasi yang dilakukan **hukum kuadrat terbalik memang terbukti kesahihannya.**

Bumi

Setelah ditinjau secara umum gerak planet melintasi matahari, maka sekarang akan ditinjau secara khusus gerak planet bumi mengitari matahari. Data awal yang sudah diperoleh oleh peneliti adalah besarnya esentrisitas dari lintasan orbit bumi yaitu sekitar 0.017. Data ini yang menjadi patokan peneliti untuk melakukan simulasi dengan berdasar pada program yang telah dibuat sebelumnya. Dari nilai esentrisitas ini juga dapat diketahui bahwa lintasan orbit bumi terhadap matahari praktis berupa lingkaran.

Gambar 4. 5 dan 4.6 menunjukan lintasan orbit bumi, kecepatan planet pada arah x dan y , posisi planet setiap saat, momentum sudut dan area sapuan serta energi yang dimiliki bumi karena gerakan dan posisinya. Berdasarkan data yang diperoleh diketahui bahwa orbit bumi memang praktis berupa lingkaran dengan periode orbit sebesar 1 tahun. Momentum sudut sebesar $6.3 \text{ AU}^2 \text{ EU} / \text{tahun}$,

luasannya 3.15 pada setiap 10^{-3} tahun. Energi total yang dimiliki oleh planet sebesar $-19.598 \text{ EU AU}^2/\text{tahun}^2$.

Disamping itu data tambahan yang diperoleh adalah sumbu mayor: 2.014386, sumbu minor: 2.012576 dan esentrisitas: 0.042382. Jika dibandingkan dengan data eksperimen bahwa esentrisitas lintasan orbit bumi sebesar 0.017 maka dapat diberikan alasan sebagai berikut. Perhitungan secara numerik memiliki dua kesalahan penting yaitu kesalahan pembulatan dan kesalahan pemotongan. Sementara itu, angka-angka yang terlibat dalam perhitungan ini sangat banyak sehingga kedua kesalahan itu tidak dapat dihindarkan lagi. Namun demikian, jika dihitung-hitung kesalahan yang dilakukan oleh perhitungan numerik ini hanya sekitar 2.5382 %. Artinya, kesalahan yang dialami masih dalam batas-batas yang dimaklumi.

Pergeseran Perihelion Planet Merkurius

Sejak awal kita telah menyebutkan bahwa Kepler menyatakan hukum-hukumnya berdasarkan pada observasi yang dilakukan oleh Ticho Brahe. Tetapi, yang perlu disadari, bahwa saat itu belum diciptakan alat yang dapat melihat benda-benda yang sangat jauh. Artinya bahwa Ticho Brahe hanya mengamati melalui mata telanjang. Setelah teleskop diciptakan maka terkuaklah misteri tentang pergerakan planet-planet yang mengorbit pada matahari. Satu hal yang sangat menyimpang dari hukum Kepler adalah pergerakan Merkurius mengitari matahari. Kita tahu bahwa planet Merkurius merupakan planet yang paling dekat dengan matahari.

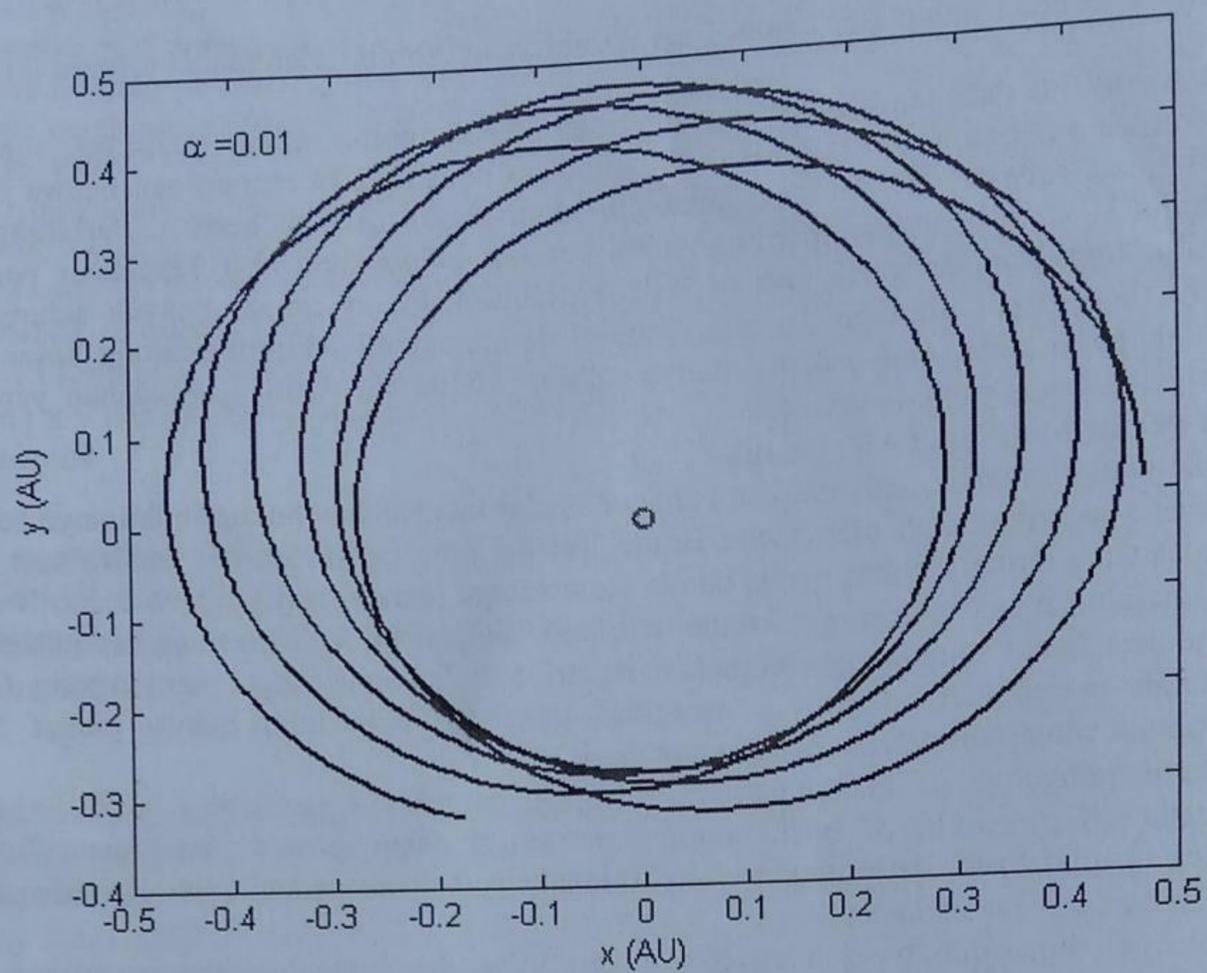
Melalui pengamatan diketahui bahwa terjadi pergeseran perihelion pada lintasan orbit Merkurius pada setiap periodenya. Perihelion merupakan titik dalam sebuah orbit dimana planet berada terdekat dengan matahari. Perhitungan yang dilakukan dengan pengukuran eksperimen, dengan perhitungan secara teori tidak sama.

Akhirnya muncullah teori relativitas umum yang dapat menjelaskan pergeseran tersebut. Menurut teori relativitas umum gaya tarik matahari terhadap Merkurius adalah

$$F_G \approx \frac{GM_s M_m}{r^2} \left(1 + \frac{\alpha}{r^2}\right) \quad (19)$$

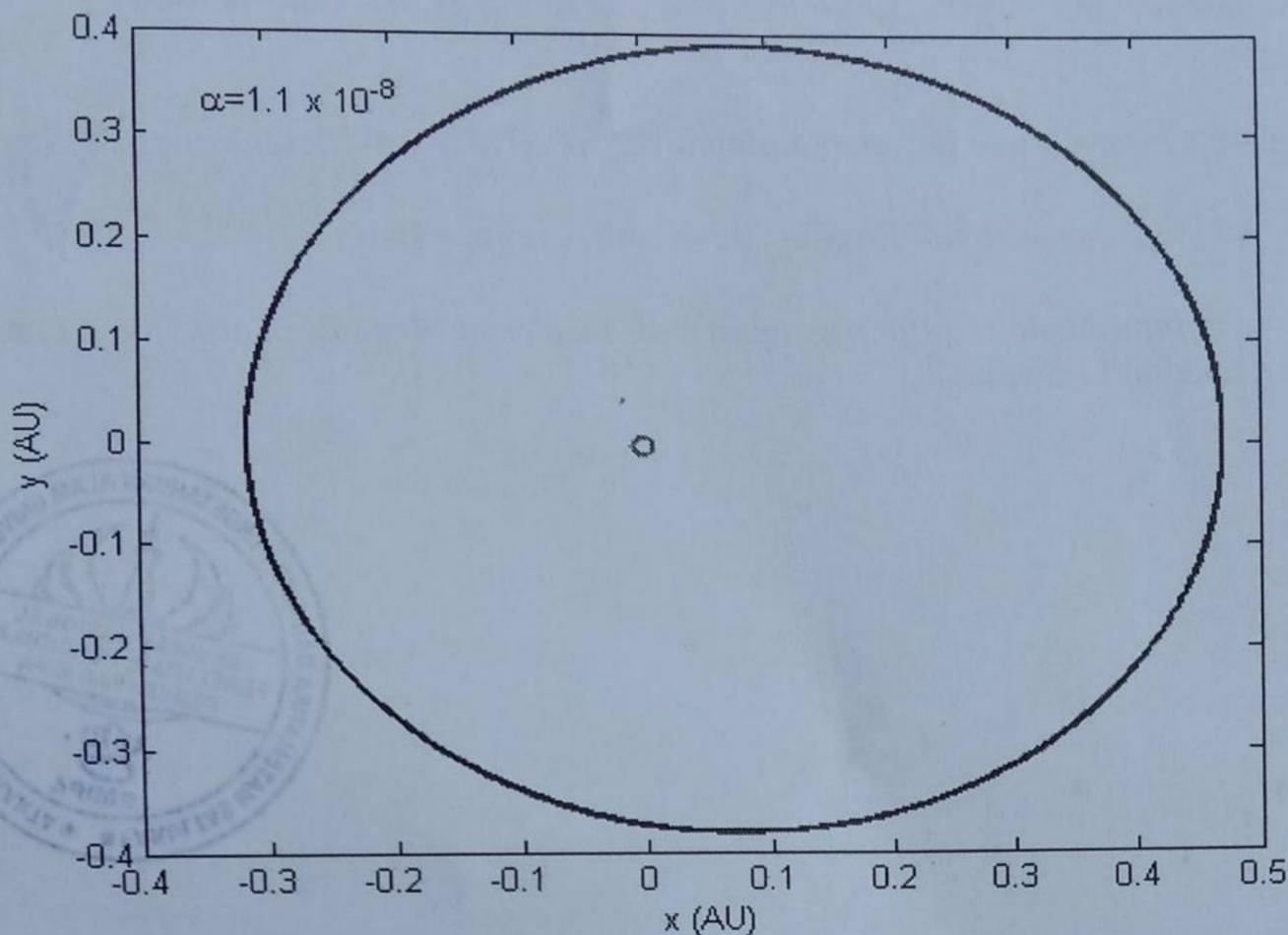
dimana M_m adalah massa Merkurius dan $\alpha \approx 1.1 \times 10^{-8} \text{ AU}^2$. Gaya tersebut terlihat merupakan kuadrat terbalik dengan suku tambahan yang sangat kecil.

Sehubungan dengan simulasi yang dilakukan, peneliti tidak menggunakan nilai α yang sangat kecil tersebut. Hal ini dilakukan untuk memperlihatkan pergeseran yang terjadi pada perihelion Merkurius tersebut. Dalam simulasi diambil harga $\alpha = 0.01$ Sebagai harga awal diberikan $x_0 = 0.4703$, $v_{x0} = 0$, $y_0 = 0$ dan $v_{y0} = 8.2$. Hasilnya dapat diperlihatkan pada Gambar 4.7.



Gambar 4.7 Pergeseran perihelion pada Merkurius dengan $\alpha = 0.01$

Gambar 4.8 ditunjukkan lintasan orbit Merkurius untuk alfa sama dengan 1.1×10^{-8} . Dari gambar tidak terlihat adanya pergeseran perihelion. Melalui simulasi ini diperoleh data: sumbu mayor: 0.784655, sumbu minor :0.769402 dan esentrisitas :0.196215. Jelas bahwa hasilnya tidak jauh menyimpang dari teori dari yang mana sumbu mayor sama dengan 0.78 AU, sumbu minor = 0.7633 AU dan esentrisitas $e = 0.206$.



Gambar 4.8 Lintasan orbit pada Merkurius

SIMPULAN

Dari hasil simulasi yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan beberapa sebagai berikut:

1. Kecepatan dan posisi gerak planet berubah secara periodik sehingga dapat digunakan untuk menentukan periode perjalanan planet mengelilingi matahari.
2. Dapat dibuktikan bahwa hukum Kepler ke 2 bahwa lintasan orbit planet mengitari matahari berbentuk ellips dimana matahari berada di pusat (fokus). Hal ini dapat dibuktikan dengan harga esentrisitas lintasan tidak sama dengan nol. Untuk bumi diperoleh $e = 0.042382$.
3. Dapat dibuktikan bahwa energi yang dimiliki planet saat mengelilingi matahari adalah konstan. Untuk bumi diperoleh $-19.598 \text{ EU AU}^2 / \text{tahun}^2$. Momentum sudut juga konstan mengingat gaya yang bekerja pada planet merupakan gaya sentral. Untuk bumi $L_z = 6.3 \text{ AU}^2 \text{ EU} / \text{tahun}$.
4. Sebuah harga α sudah diambil untuk memperlihatkan pergeseran perihelion yang terjadi. Jika perihelion diambil sesuai dengan harga sebenarnya yaitu $\alpha \approx 1.1 \times 10^{-8}$, maka diperoleh hasil sumbu mayor: 0.784655, sumbu minor :0.769402 dan esentrisitas :0.196215.

SARAN

Saran yang dapat diberikan oleh peneliti untuk penelitian lebih lanjut yaitu

1. Perlu dikaji planet lain selain bumi dan Merkurius, misalnya Jupiter, Mars dan Pluto yang sangat jauh dengan matahari.
2. Mungkin perlu digunakan metode lain selain Euler, misalnya Runge Kutta atau Leap Frog.

DAFTAR PUSTAKA

- Brian, H., Valentine, D., 2007. *Essential Matlab for Scientist and Engeeneer*, Amsterdam: Elsevier.
- DeVries, P., 1994. *A First Course in Computational Physics*, New York: John Willey & Sons.
- Giordano, N.J., 1997. *Computational Physics*, New York: Prentice Hall.
- Otto, S.R, 2005. *An Introduction to Programming and Numerical Methods in Matlab*, London: Springer-Verlag London Limited.

